

УДК 621.3.011.72:537.523.5:621.372.44:51-74

Сидорец В. Н., Кункин Д. Д.

**АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ И СТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ИСТОЧНИКАХ ПИТАНИЯ С ЕМКОСТНЫМ ОГРАНИЧЕНИЕМ СВАРОЧНОГО ТОКА**

Появление инверторных источников питания в ряду источников питания для дуговой сварки, казалось, открыло широкие перспективы их применения и вытеснения ими традиционных источников на базе сварочных трансформаторов [1, 2]. Но опыт последних десятилетий показывает, что сварочные инверторные источники питания лишь частично внедрились в сварочное производство, а традиционные источники питания прочно удерживают свои позиции, как в Украине, так и технически развитых странах. Простота и надежность работы традиционных источников питания это те свойства, которыми еще не обладают инверторные источники питания, в состав которых входит большое количество силовых электронных приборов. Привлекательность традиционных источников объясняется еще и высокой их электромагнитной совместимостью, которая обусловлена низким уровнем высших гармоник тока [3].

Совершенствование традиционных сварочных источников питания идет по пути устранения их основного недостатка – большой массы сварочного трансформатора. Необходимость обеспечения высоких значений напряжения холостого хода трансформатора для обеспечения стабильного горения сварочной дуги и устойчивости всего сварочного процесса является причиной большой массы трансформатора. Сформировалось несколько направлений преодоления этой проблемы: применение умножителей напряжения, применений устройств стабилизации горения дуги и емкостное ограничение сварочного тока. Остановившись на последнем, отметим, что накопилось достаточное количество результатов экспериментальных исследований, которые свидетельствуют от технологической перспективности этого направления. Результаты электротехнических исследований обрывочны и трудно поддаются систематизации.

Таким образом, является актуальной проблема исследования условий горения сварочной дуги, которая включена последовательно с конденсатором, являющимся ограничителем сварочного тока. Эта задача относится к анализу нелинейных электрических цепей, для которых методы исследования развиты недостаточно и зачастую бывают индивидуальными.

Целью данной работы является разработка методик анализа переходных и стационарных процессов сварочной дуги переменного тока с емкостным ограничением, а также методики исследования устойчивости горения дуги в подобных электрических цепях.

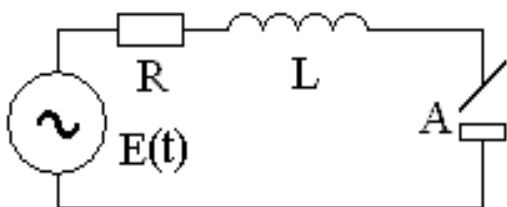


Рис. 1. Сварочный контур с индуктивностью рассеяния

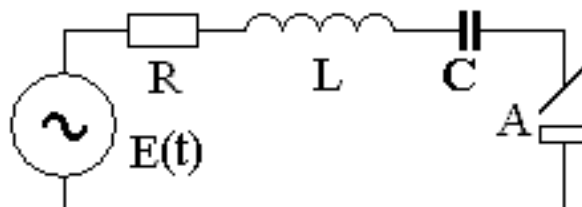


Рис. 2. Сварочный контур с последовательно включенной индуктивностью рассеяния и емкостью

Цепи, изображенные на рис. 1 и 2, представляют собой упрощенные схемы силовых частей традиционных сварочных источников питания переменного тока, в состав которых входит дуга  $A$ . Реактор  $L$  соответствует индуктивности рассеяния сварочного трансформатора

и контура подводящих кабелей, а резистор  $R$  активному сопротивлению трансформатора и подводящих кабелей. В этой работе будут приведены результаты исследования цепи изображенной на рис. 2. Результаты исследования цепи изображенной на рис. 1 использовались для сравнения. С ними можно ознакомиться, например, в работе [4].

Известно, что падение напряжения на дуге  $A$  почти неизменно на всей длительности полупериода, и всегда противоположно направлению тока дуги. Поэтому вполне оправдано и целесообразно моделировать дугу как против-ЭДС с напряжением  $u_A = U_A = \text{const}$ . Тогда система дифференциальных уравнений, которые описывают цепь на рис. 2, имеет следующий вид:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + u + U_A \text{sign}(i) = U_m \sin(\omega t - \varphi); \quad C \frac{du}{dt} = i, \quad (1)$$

где  $i$  – ток дуги;

$u$  – напряжение на конденсаторе;

$U_m$  – амплитуда напряжения сети;

$\omega$  – круговая частота ( $\omega = 2\pi f, f = 50$  Гц);

$\varphi$  – разность фаз между током и напряжением сети.

Находить решение уравнений (1) можно несколькими путями. Например, классическим методом, т. е. искать решение дифференциального уравнения как сумму решений однородного и неоднородного уравнений. Для нахождения стационарного решения и разности фаз  $\varphi$  необходимо применять метод шивки на полупериоде. Наш опыт говорит о сложности этого пути и громоздкости получаемых результатов.

Наряду с вышеописанным, нами применялся метод гармонического баланса, когда решение ищется в виде ряда Фурье:

$$i(t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(i)} \cos k\omega t + B_k^{(i)} \sin k\omega t; \quad u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(u)} \cos k\omega t + B_k^{(u)} \sin k\omega t. \quad (2)$$

Преимущества такого подхода очевидны. Стационарное решение получается непосредственно, а коэффициенты ряда Фурье и есть гармониками тока.

Возможность разложения в ряд Фурье по времени, функции падения напряжения на дуге, которое является функцией тока, достигается выбором начальной фазы совпадающей с фазой тока. Тогда:

$$u_A(t) = U_A \text{sign}(i) = \frac{4U_A}{\pi} \sum_{k=2n+1}^{\infty} \frac{1}{k} \sin k\omega t. \quad (3)$$

Подставляя формулы (2) и (3) в уравнение (1), проводим гармонический баланс, т. е. приравняем коэффициенты при одинаковых гармонических функциях. Решая полученные таким образом уравнения для амплитуд синусных и косинусных частей гармоник, получим:

– для первой гармоники:

$$A_1^{(i)} = \frac{\omega}{\pi L} \cdot \frac{\pi \left[ (\omega_0^2 - \omega^2) \cos \varphi - \beta \omega^2 \sin \varphi \right] U_m - 4(\omega_0^2 - \omega^2) U_A}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \beta^2 \omega^4};$$

$$B_1^{(i)} = \frac{\omega}{\pi L} \cdot \frac{\pi [\beta \omega^2 \cos \varphi + (\omega_0^2 - \omega^2) \sin \varphi] U_m - 4\beta \omega^2 U_A}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \beta^2 \omega^4}; \quad (4)$$

$$A_1^{(u)} = \frac{\omega_0^2}{\pi} \cdot \frac{4\beta \omega^2 U_A - \pi [\beta \omega^2 \cos \varphi + (\omega_0^2 - \omega^2) \sin \varphi] U_m}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \beta^2 \omega^4};$$

$$B_1^{(u)} = \frac{\omega_0^2}{\pi} \cdot \frac{\pi [(\omega_0^2 - \omega^2) \cos \varphi - \beta \omega^2 \sin \varphi] U_m - 4(\omega_0^2 - \omega^2) U_A}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \beta^2 \omega^4}; \quad (5)$$

– для высших нечетных гармоник ( $k = 3, 5, 7 \dots$ ):

$$A_k^{(i)} = \frac{4U_A}{\pi L} \cdot \frac{\omega(\omega^2 k^2 - \omega_0^2)}{(\omega^2 k^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2 \omega^4 k^2}; \quad B_k^{(i)} = -\frac{4U_A}{\pi L} \cdot \frac{\beta \omega^3 k}{(\omega^2 k^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2 \omega^4 k^2}; \quad (6)$$

$$A_k^{(u)} = \frac{4U_A \omega_0^2}{\pi} \cdot \frac{\beta \omega^2}{(\omega^2 k^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2 \omega^4 k^2}; \quad B_k^{(u)} = \frac{4U_A \omega_0^2}{\pi k} \cdot \frac{\omega^2 k^2 - \omega_0^2}{(\omega^2 k^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2 \omega^4 k^2}, \quad (7)$$

где  $\beta = R / \omega L$  – величина, обратная добротности;

$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  – собственная частота контура.

Для нахождения разности фаз  $\varphi$  применяется начальное условие  $i(0) = 0$ . Подставляя (6) в первую формулу (2) и решая относительно  $\varphi$ , получим:

$$\varphi = \arcsin \left( \frac{4U_A}{\pi U_m} \cdot \left( \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2 \omega^4}} + \frac{\omega^2 k^2 - \omega_0^2}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2 \omega^4} \sum_{k=3}^{\infty} \frac{\omega^2 k^2 - \omega_0^2}{(\omega^2 k^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2 \omega^4 k^2}} \right) \right) + \arctg \left( \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\beta \omega^2} \right). \quad (8)$$

С помощью полученных формул (2) и (4)–(8) легко и удобно исследовать свойства цепи на рис. 2. В частности, можно определить внешнюю характеристику источника питания, зная величину эффективного значения тока:

$$I_{eff} = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} (H_k^{(i)})^2}, \quad (9)$$

и коэффициент нелинейных искажений по току  $THD_i$  (Total Harmonic Distortion):

$$THD_i = \frac{1}{H_1^{(i)}} \sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} (H_k^{(i)})^2}, \quad (10)$$

где  $H_k$  – амплитуда  $k$ -й гармоники тока:

$$H_1 = \frac{\omega}{\pi L} \sqrt{\frac{\pi^2 U_m^2 + 16U_A^2 - 8\pi U_m U_A \cos \varphi}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \beta^2 \omega^4}}; \quad H_k = \frac{4\omega U_A}{\pi L} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\omega^2 k^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2 \omega^4 k^2}}, \quad (11)$$

а суммирование ведется только по нечетным гармоникам.

На рис. 3 изображены временные зависимости, построенные по формулам (2) и (4)–(8), для случая, когда емкостной импеданс больше индуктивного. На это указывает и емкостной характер разности фаз, когда ток опережает напряжение источника питания.

Анализ временных зависимостей, представленных на рис. 3, показывает преимущества цепи с емкостным ограничением тока (рис. 2) по сравнению с цепью с индуктивным ограничением тока (рис. 1). Амплитуда колебаний напряжения превышает амплитуду сети, что благоприятно влияет на процесс повторного зажигания дуги после перехода тока через ноль. Напряжение, прикладываемое к дуговому промежутку  $E(t) - u$  (см. рис. 3), тем больше, чем собственная частота колебаний контура  $\omega_0$  ближе к частоте питающей сети  $\omega$ . Это дает возможность снизить напряжение холостого хода и тем самым значительно уменьшить массу сварочного трансформатора.

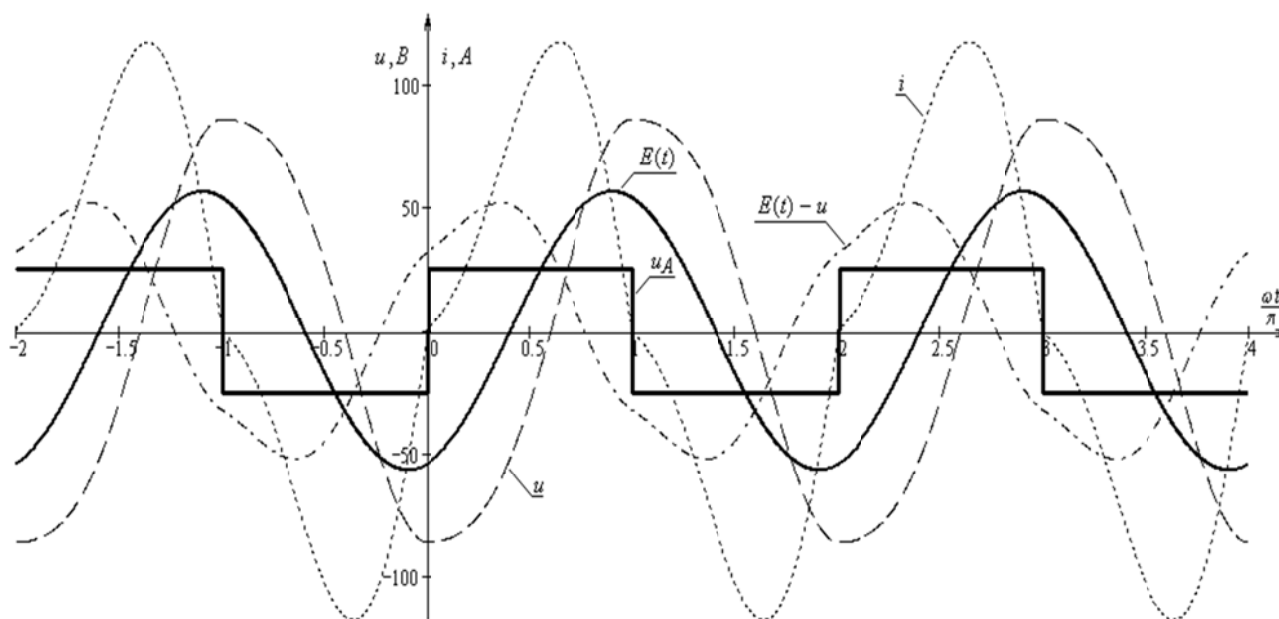


Рис. 3. Временные зависимости сварочного тока дуги и напряжений на компонентах цепи с последовательно включенными емкостью и индуктивностью

Наш опыт показал, что моделировать дугу, как противо-ЭДС, оправдано для режимов далеких от погасания. Для режимов близких к погасанию дуги, когда нельзя не учитывать так называемые пики зажигания, амплитуда которых превышает падение напряжения на дуге, эта модель неприменима. Вопросы устойчивости системы «источник питания – дуга» также не могут быть исследованы в рамках этой модели.

Как было показано в работе [5] обобщенная математическая модель динамической дуги наиболее адекватно описывает динамику электрической дуги как элемента электрической цепи. Она учитывает не только нелинейность статической вольтамперной характеристики, но и термическую инерционность столба. Именно термические процессы и в первую очередь процесс ионизации-деионизации влияет на проводимость плазмы столба дуги. Столб дуги переменного тока 50 Гц при каждой смене полярности успевает деионизироваться, что требует

повышенного напряжения (пика зажигания) для поддержания разряда. Если источник питания не может обеспечивать необходимое напряжение пика зажигания в момент перехода тока через ноль, которое зависит от разности фаз между током и напряжением, дуга гаснет.

Напряжение на столбе дуги  $u_A$  и ток дуги  $i_A$  согласно обобщенной математической модели динамической дуги связаны соотношением:

$$u_A = \frac{U(i_\theta)}{i_\theta} i_A, \quad (12)$$

где  $i_\theta$  – ток состояния дуги [5], а  $U(i)$  задает функцию статической вольтамперной характеристики дуги. Эта функция выбиралась в виде:

$$U(i) = U_0 \left( \frac{i}{I_0} \right)^n, \quad (13)$$

где  $U_0$  и  $I_0$  – одна из точек на статической вольтамперной характеристике, при отрицательных значениях параметра  $n$  функция является разновидностью гиперболы, т. е. вольтамперная характеристика падающая. Для свободно горящих дуг  $n = -1/3$ . Для дуг под флюсом  $n \rightarrow 0$ , оставаясь отрицательным, при этом статическая вольтамперная характеристика становится почти горизонтальной линией.

Ток состояния  $i_\theta$  и ток дуги  $i_A$  связаны между собой дифференциальным уравнением обобщенной математической модели динамической дуги:

$$\theta \frac{di_\theta^2}{dt} = i_A^2 - i_\theta^2, \quad (14)$$

где  $\theta$  – постоянная времени дуги. Уравнение (14) является электротехническим аналогом [5] закона сохранения энергии, который можно сформулировать следующим образом. Изменение внутренней энергии столба электрической дуги равно разности подводимой и отводимой мощностей.

Формула (12) используется при записи уравнений, которые соответствуют законам Кирхгофа, а уравнение (14) дополняет их.

Таким образом, система дифференциальных уравнений, которые описывают цепь на рис. 2, состоит из трех уравнений: двух, которые соответствуют законам Кирхгофа, и уравнения обобщенной математической модели динамической дуги с учетом того, что  $i_A = i$ :

$$L \frac{di}{dt} + Ri + u + u_A = U_m \sin \omega t; \quad C \frac{du}{dt} = i; \quad \theta \frac{di_\theta^2}{dt} + i_\theta^2 = i^2. \quad (15)$$

Очевидно, что предельный случай, когда  $\theta \rightarrow 0$  и  $n = 0$  будет сводить систему (15) к системе (1). Этот предельный случай использовался нами как проверочный.

Поскольку система (15) нелинейная, применение аналитических методов невозможно. Нами использовались численные методы.

Для применения большинства численных методов интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений систему приводят к каноническому безразмерному виду:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{L} \left( U_m \sin t - Rx - y - xz^{\frac{n-1}{2}} \right); \quad \frac{dy}{dt} = \frac{1}{C} x; \quad \frac{dz}{dt} = \frac{1}{\theta} (x^2 - z). \quad (16)$$

Значения  $U_0$ ,  $I_0$  и  $1/\omega$  использовались нами при приведении системы дифференциальных уравнений к безразмерному виду как базовые масштабы напряжения, тока и времени. Масштабы сопротивления –  $U_0 / I_0$ , индуктивности –  $U_0 / \omega I_0$ , емкости –  $I_0 / \omega U_0$  были получены из базовых. В системе (16) переменные  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и  $t$  являются безразмерными: током реактора, напряжением на конденсаторе, квадратом тока состояния дуги и временем, соответственно. Для безразмерных параметров  $R$ ,  $L$ ,  $C$ ,  $\theta$ , и  $U_m$  в системе (16) специальные обозначения не вводили.

В компьютерных математических пакетах MathCAD, MATLAB, Maple, Mathematica есть процедуры для интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Однако эти процедуры обеспечивают непрерывное интегрирование, т. е. получения переходных процессов, и не приспособлены для получения стационарных (периодических) решений. Непосредственное применение их невозможно. Требуется доработка, модификация и адаптация их для задач подобного класса.

Нами успешно применялся модифицированный метод стрельбы для получения периодических решений в автономных электрических цепях с дугой [6]. Их можно применить и к неавтономным цепям с дугой. В этом методе задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений сводится к краевой задаче. Но в отличие от классической краевой задачи краевые условия являются условиями через период (в нашем случае через полупериод).

Если формально обозначить, решение исследуемой нами системы как  $x(t_0, t, X, Y, Z)$ ,  $y(t_0, t, X, Y, Z)$  и  $z(t_0, t, X, Y, Z)$ , краевые условия запишутся следующим образом:

$$x(0, \pi, X, Y, Z) = -X; \quad y(0, \pi, X, Y, Z) = -Y; \quad z(0, \pi, X, Y, Z) = Z. \quad (17)$$

Здесь  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  значение краевых условий, которые необходимо найти из системы нелинейных алгебраических уравнений:

$$\mathbf{F}(X, Y, Z) \equiv \begin{bmatrix} x(0, \pi, X, Y, Z) + X \\ y(0, \pi, X, Y, Z) + Y \\ z(0, \pi, X, Y, Z) - Z \end{bmatrix} = 0. \quad (18)$$

Для нахождения ее решения нами применялся метод Ньютона-Рафсона [7]. Итерационная процедура этого метода требует определения значений производных  $DF$  от функций  $\mathbf{F}$  по компонентам вектора неизвестных  $[X, Y, Z]^T$ , т. е. по краевым условиям:

$$DF(X, Y, Z) \equiv \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial X} + 1 & \frac{\partial x}{\partial Y} & \frac{\partial x}{\partial Z} \\ \frac{\partial y}{\partial X} & \frac{\partial y}{\partial Y} + 1 & \frac{\partial y}{\partial Z} \\ \frac{\partial z}{\partial X} & \frac{\partial z}{\partial Y} & \frac{\partial z}{\partial Z} - 1 \end{bmatrix} = 0. \quad (19)$$

Поэтому, совместно с основной системой дифференциальных уравнений решали систему в вариациях [8, 9, 10]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial x}{\partial X} = -\frac{1}{L} \left[ \left( R + z \frac{n-1}{2} \right) \frac{\partial x}{\partial X} + \frac{\partial y}{\partial X} + \frac{n-1}{2} xz \frac{n-3}{2} \frac{\partial z}{\partial X} \right]; \quad (20)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial x}{\partial Y} = -\frac{1}{L} \left[ \left( R + z \frac{n-1}{2} \right) \frac{\partial x}{\partial Y} + \frac{\partial y}{\partial Y} + \frac{n-1}{2} x z \frac{n-3}{2} \frac{\partial z}{\partial Y} \right]; \quad (21)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial x}{\partial Z} = -\frac{1}{L} \left[ \left( R + z \frac{n-1}{2} \right) \frac{\partial x}{\partial Z} + \frac{\partial y}{\partial Z} + \frac{n-1}{2} x z \frac{n-3}{2} \frac{\partial z}{\partial Z} \right]; \quad (22)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial y}{\partial X} = \frac{1}{C} \frac{\partial x}{\partial X}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial y}{\partial Y} = \frac{1}{C} \frac{\partial x}{\partial Y}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial y}{\partial Z} = \frac{1}{C} \frac{\partial x}{\partial Z}; \quad (23)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial z}{\partial X} = \frac{1}{\theta} \left( 2x \frac{\partial x}{\partial X} - \frac{\partial z}{\partial X} \right); \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial z}{\partial Y} = \frac{1}{\theta} \left( 2x \frac{\partial x}{\partial Y} - \frac{\partial z}{\partial Y} \right); \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial z}{\partial Z} = \frac{1}{\theta} \left( 2x \frac{\partial x}{\partial Z} - \frac{\partial z}{\partial Z} \right) \quad (24)$$

с начальными условиями  $(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T$ . Значения для итерационной процедуры брали в конце полупериода.

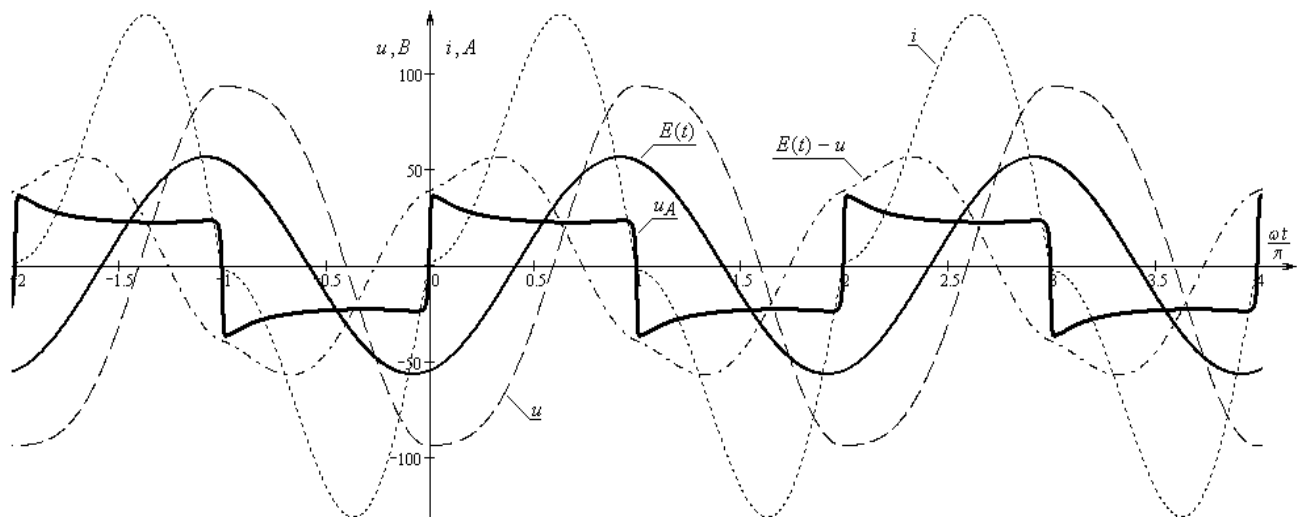


Рис. 4. Временные зависимости тока и напряжений на компонентах цепи с последовательно включенными емкостью и индуктивностью, с учетом инерционности дуги

Из решений системы в вариациях можно составить также так называемую матрицу монодромии:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial X} & \frac{\partial x}{\partial Y} & \frac{\partial x}{\partial Z} \\ \frac{\partial y}{\partial X} & \frac{\partial y}{\partial Y} & \frac{\partial y}{\partial Z} \\ \frac{\partial z}{\partial X} & \frac{\partial z}{\partial Y} & \frac{\partial z}{\partial Z} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Согласно теории Флоке [8, 11] по собственным значениям этой матрицы можно судить об устойчивости периодического решения: если все собственные значения лежат в единичной окружности комплексной плоскости, решение устойчиво, если вне единичной окружности, решение неустойчиво.

Метод стрельбы хорошо зарекомендовал себя при исследовании режимов близких к неустойчивости, т. е. к погасанию дуги. В частности, на рис. 4 изображены временные зависимости при таких же значениях параметров, что и на рис. 3. Сравнительный анализ показывает, что запас устойчивости при учете инерционности дуги (см. рис. 4) гораздо меньше, чем при моделировании дуги, как противо-ЭДС.

Изложенные выше методы достаточно удобны для использования при программировании на языках высокого уровня, например, Delphi, а также могут быть реализованы в компьютерных математических пакетах MathCAD, MATLAB, которые позволяют с помощью своего развитого графического интерфейса отображать результаты расчетов, что значительно ускоряет процесс исследований.

## ВЫВОДЫ

Для моделирования переходных и стационарных процессов в источниках питания с емкостным ограничением сварочного тока и исследования вопросов устойчивости сварочной дуги перспективно применять обобщенную математическую модель динамической дуги, так как она адекватно описывает динамику сварочной дуги, в частности процессы ионизации-деионизации плазмы столба дуги.

Разработанные методы анализа нелинейных цепей с дугой позволяют проводить анализ устойчивости сварочной дуги переменного тока.

Для исследования режимов горения дуги переменного тока, близких к неустойчивым, предпочтительнее применять модифицированный метод стрельбы.

Разработанные методы достаточно удобны для использования при программировании на языках высокого уровня, например, Delphi, а также могут быть реализованы в компьютерных математических пакетах MathCAD, MATLAB.

Применение в сварочных источниках питания емкостного ограничения тока позволяет значительно снизить напряжение холостого хода сварочного трансформатора, что приводит к снижению его массы.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Источники питания для дуговой сварки с использованием инверторов (обзор) / И. В. Пентегов, С. Н. Мещеряк, В. А. Кучеренко и др. // *Автоматическая сварка*. – 1982. – №7. – С. 29–35.
2. Йоффе Ю. Е. Универсальный сварочный инверторный источник общего назначения Invertec V300-1 / Ю. Е. Йоффе, В. А. Можайский // *Сварочное производство*. – 1998. – № 1. – С. 44–46.
3. Рымар С. В. Влияние однофазных источников питания сварочной дуги на электрическую сеть / С. В. Рымар, А. М. Жерносеков, В. Н. Сидорец // *Автоматическая сварка*. – 2011. – № 12. – С. 9–15.
4. Сидорец В. Н. Гармонический анализ переменного тока электрической сварочной дуги / В. Н. Сидорец, Д. Д. Кункин, Г. Н. Москович // *Технічна електродинаміка : Темат. випуск : Силова електроніка та енергоефективність*. – 2011. – Ч. 1. – С. 219–222.
5. Пентегов И. В. Энергетические параметры в математической модели динамической сварочной дуги / И. В. Пентегов, В. Н. Сидорец // *Автоматическая сварка*. – 1988. – № 11. – С. 36–40.
6. Сидорец В. Н. Метод многократной стрельбы для исследования бифуркаций динамических систем / В. Н. Сидорец // *Электронное моделирование*. – 2006. – Т. 28. – № 4. – С. 3–13.
7. Калиткин Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – Москва : Наука, 1978. – 512 с.
8. Анищенко В. С. Сложные колебания в простых системах. Механизмы возникновения, структура и свойства динамического хаоса в радиофизических системах / В. С. Анищенко. – Москва : Наука, 1990. – 312 с.
9. Паркер Т. С. Введение в теорию хаотических систем для инженеров / Т. С. Паркер, Л. О. Чжуа // *Труды ИИЭР*. – 1987. – Т. 75, № 8. – С. 6–40.
10. Методы анализа нелинейных математических моделей / М. Холоднюк, А. Клич, М. Кубичек, М. Марек. – Москва : Мир, 1991. – 368 с.
11. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости / Б. П. Демидович. – Москва : Наука, 1967. – 472 с.